

# Os Primórdios da Matemática

António Machiavelo

Centro de Matemática da Universidade do Porto

«À Conversa com a Matemática»

Universidade Popular do Porto

26 de Maio de 2010



# O osso de Ishango

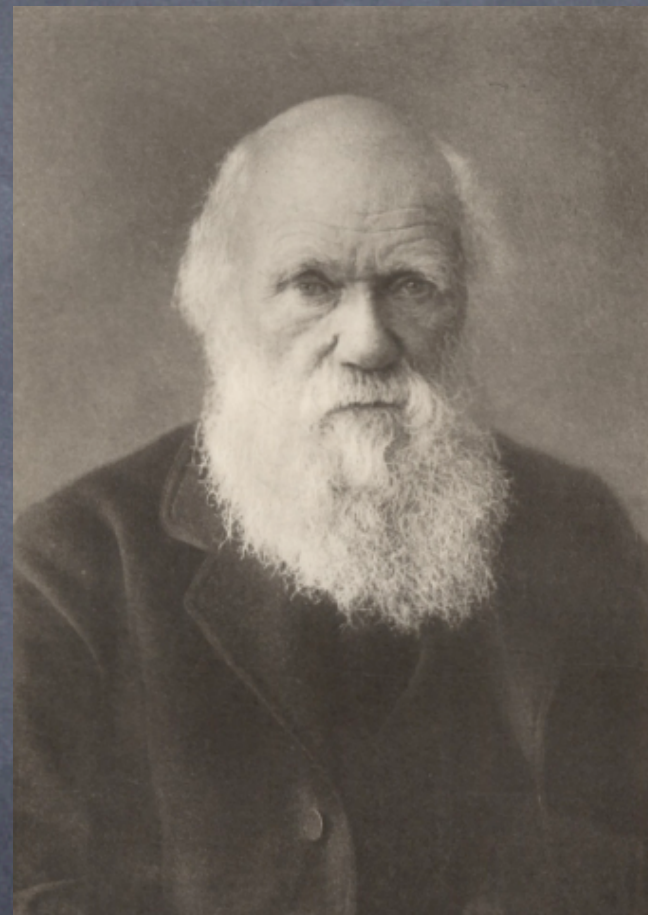


Science Museum of Brussels

[http://en.wikipedia.org/wiki/Ishango\\_bone](http://en.wikipedia.org/wiki/Ishango_bone)

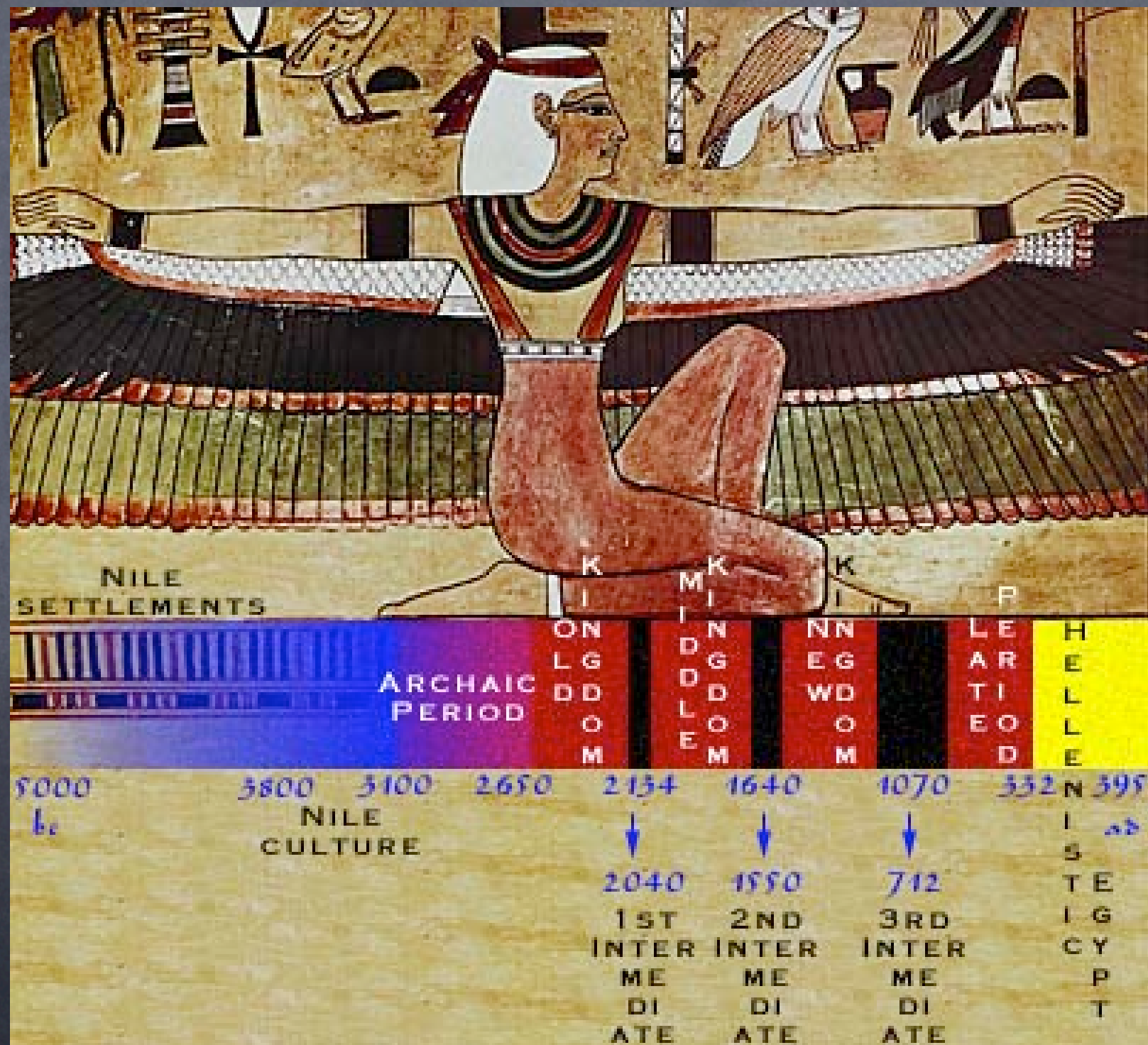


# Mestres da abstracção



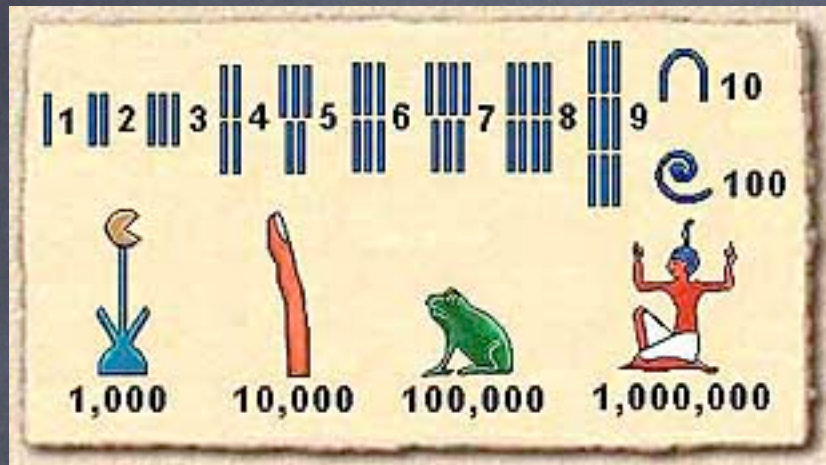


# Civilização Egípcia

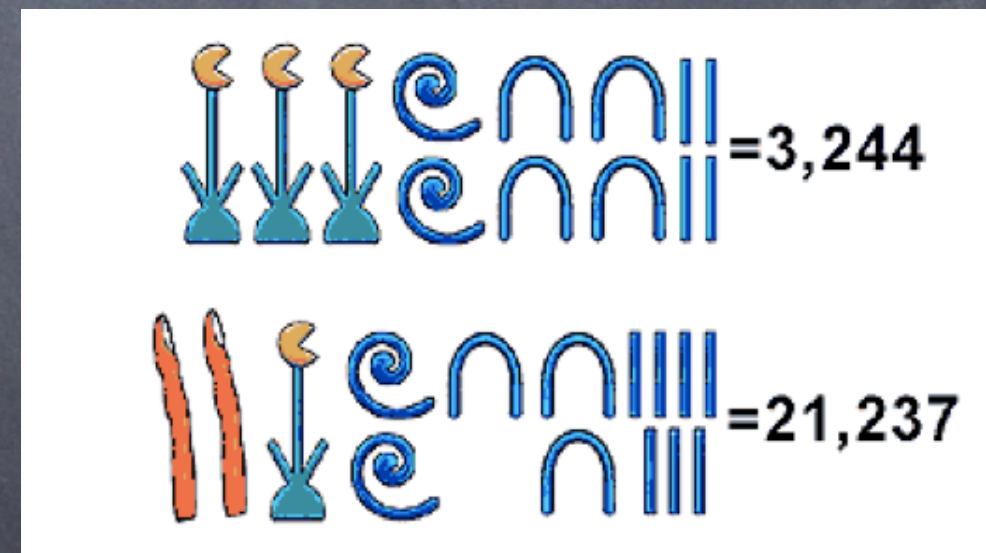
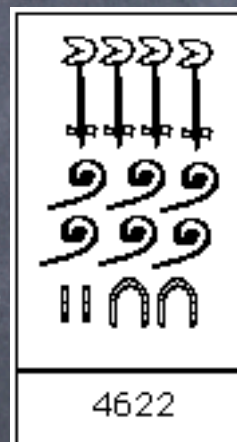
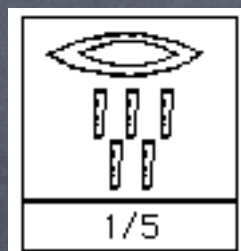
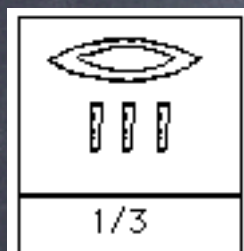




# Números em hieróglifos



|                              |    |     |      |       |        |        |
|------------------------------|----|-----|------|-------|--------|--------|
|                              |    |     |      |       |        |        |
| 1                            | 10 | 100 | 1000 | 10000 | 100000 | $10^6$ |
| Egyptian numeral hieroglyphs |    |     |      |       |        |        |

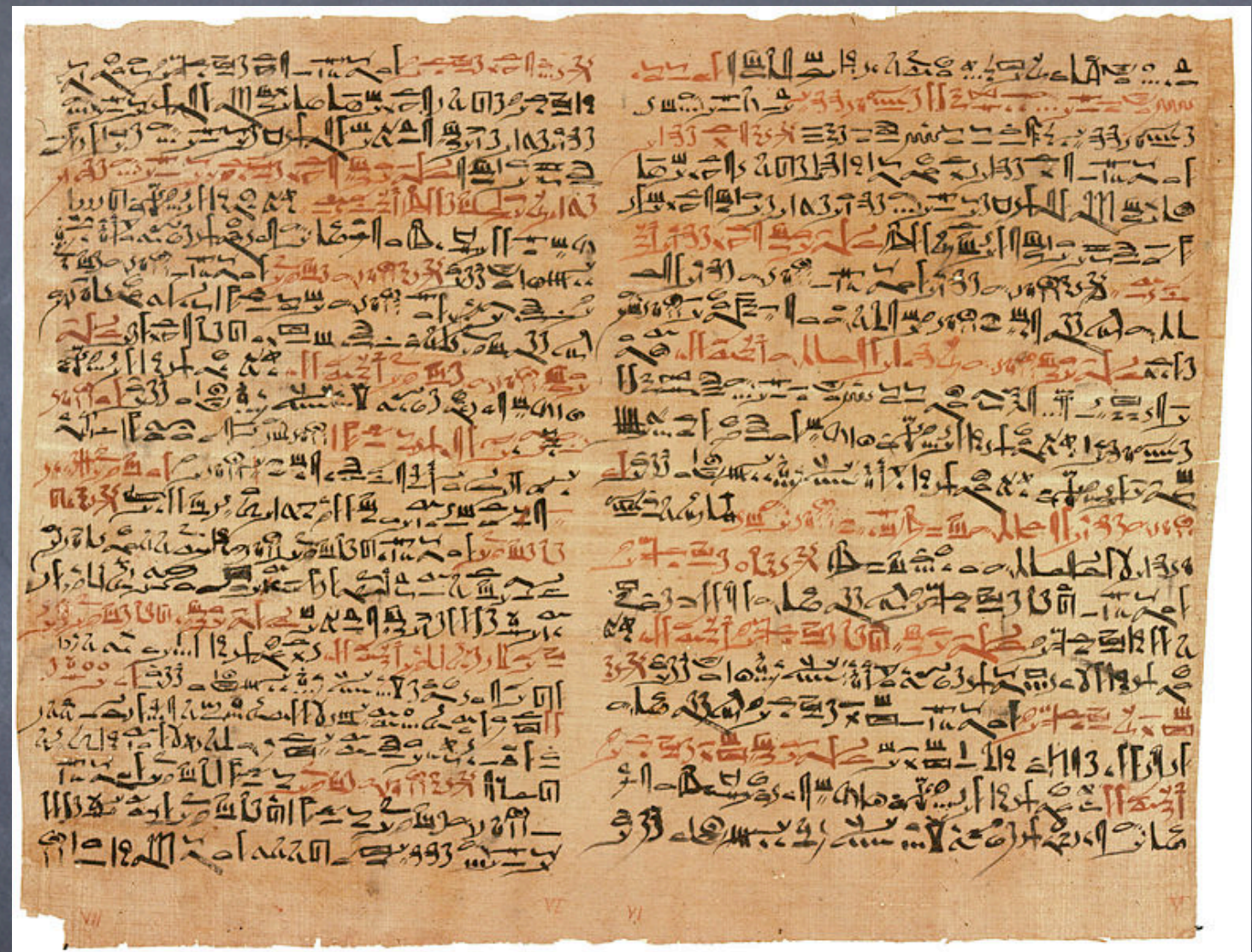




# Números em hierático

|   |   |    |   |     |   |      |   |
|---|---|----|---|-----|---|------|---|
| 1 | 𐎠 | 10 | 𐎡 | 100 | 𐎢 | 1000 | 𐎣 |
| 2 | 𐎤 | 20 | 𐎥 | 200 | 𐎦 | 2000 | 𐎧 |
| 3 | 𐎨 | 30 | 𐎩 | 300 | 𐎪 | 3000 | 𐎫 |
| 4 | 𐎬 | 40 | 𐎭 | 400 | 𐎮 | 4000 | 𐎯 |
| 5 | 𐎱 | 50 | 𐎲 | 500 | 𐎳 | 5000 | 𐎴 |
| 6 | 𐎶 | 60 | 𐎷 | 600 | 𐎸 | 6000 | 𐎹 |
| 7 | 𐎺 | 70 | 𐎻 | 700 | 𐎼 | 7000 | 𐎽 |
| 8 | 𐎿 | 80 | 𐏀 | 800 | 𐏁 | 8000 | 𐏂 |
| 9 | 𐏃 | 90 | 𐏄 | 900 | 𐏅 | 9000 | 𐏆 |

Hieratic numerals



O papiro de Edwin Smith é o documento mais antigo que se conhece sobre medicina e foi escrito por volta de 1600 a.C., em hierático.

𐎣𐎡𐎴𐎧

2765

𐎣𐎡𐎴𐎧

2765



# Problemas egípcios: alguns exemplos

Problema 4: Dividir 7 pães por 10 homens.

Resposta: Cada um recebe  $\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$

Problema 24: Uma quantidade e o seu sétimo perfazem 19. Qual a quantidade?

<http://www.cut-the-knot.org/arithmetic/RhindPapyrus.shtml>



Problema 28: A uma quantidade juntamente com  $\frac{2}{3}$  dela é retirado  $\frac{1}{3}$  e dá 10. Qual a quantidade?

Problema 40: Dividir 100 hekats of cevada por 5 pessoas de modo a que a diferença comum seja a mesma e a soma das duas quantidades menores seja  $\frac{1}{7}$  da suma das três maiores.

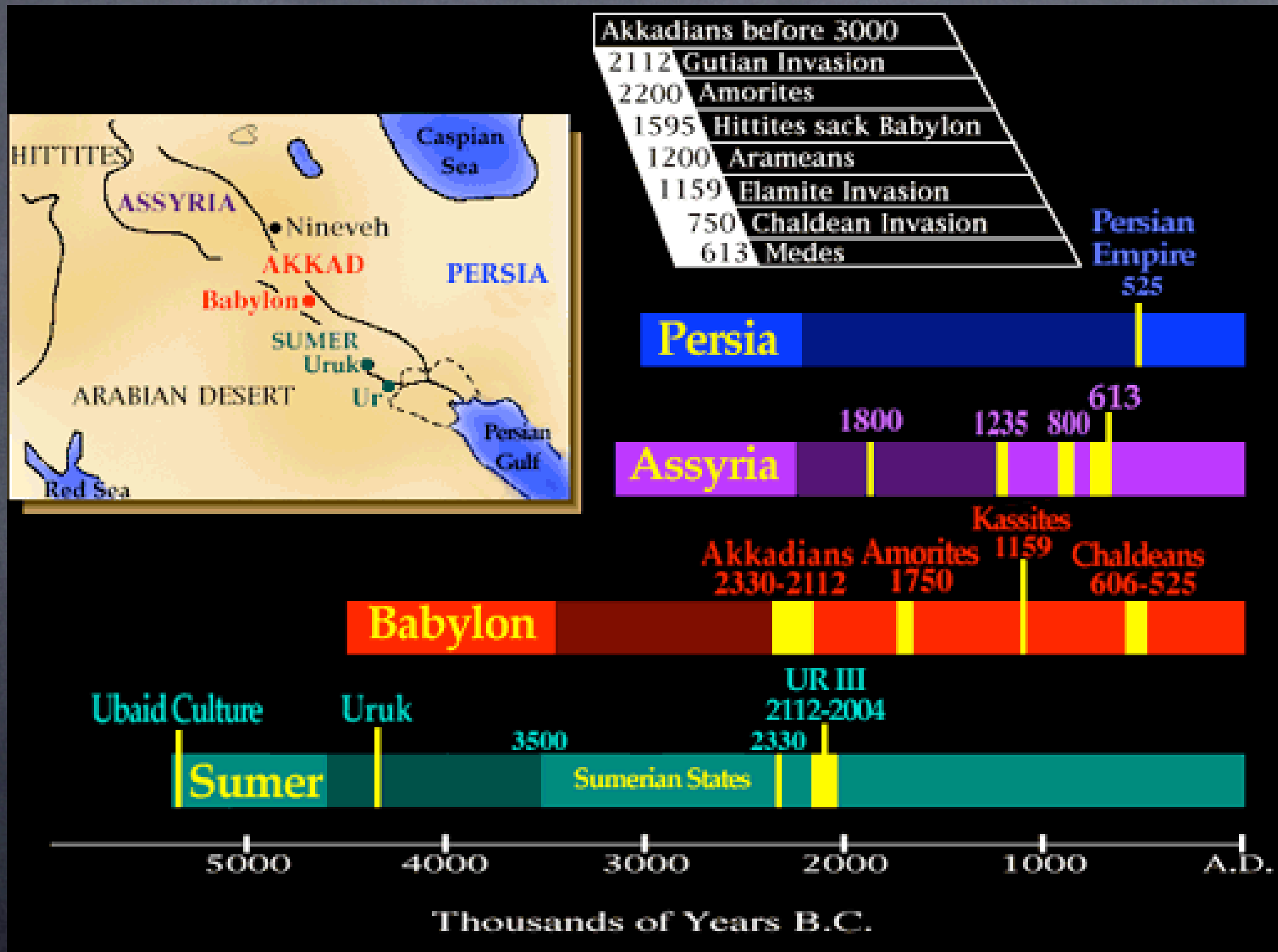
Problema 79: Há 7 casas, em cada casa há 7 gatos, cada gato mata 7 ratos, cada rato comeu 7 grãos de cevada, cada grão teria produzido 7 hekat. Qual a soma de todas estas coisas?

Problema 1 do papiro de Berlin: Dizem-te que a área de um quadrado com 100 cúbitos quadrados é igual à de dois quadrados menores, o lado de um deles sendo  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  do outro. Quais os lados dos quadrados?

[http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/mad\\_ancient\\_egyptpapyrus.html](http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/mad_ancient_egyptpapyrus.html)



# Civilização Mesopotâmica





# Numeração Babilônica



|    |  |    |  |    |  |    |  |    |  |    |  |
|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|
| 1  |  | 11 |  | 21 |  | 31 |  | 41 |  | 51 |  |
| 2  |  | 12 |  | 22 |  | 32 |  | 42 |  | 52 |  |
| 3  |  | 13 |  | 23 |  | 33 |  | 43 |  | 53 |  |
| 4  |  | 14 |  | 24 |  | 34 |  | 44 |  | 54 |  |
| 5  |  | 15 |  | 25 |  | 35 |  | 45 |  | 55 |  |
| 6  |  | 16 |  | 26 |  | 36 |  | 46 |  | 56 |  |
| 7  |  | 17 |  | 27 |  | 37 |  | 47 |  | 57 |  |
| 8  |  | 18 |  | 28 |  | 38 |  | 48 |  | 58 |  |
| 9  |  | 19 |  | 29 |  | 39 |  | 49 |  | 59 |  |
| 10 |  | 20 |  | 30 |  | 40 |  | 50 |  |    |  |

$1,57,46,40 = 424000$

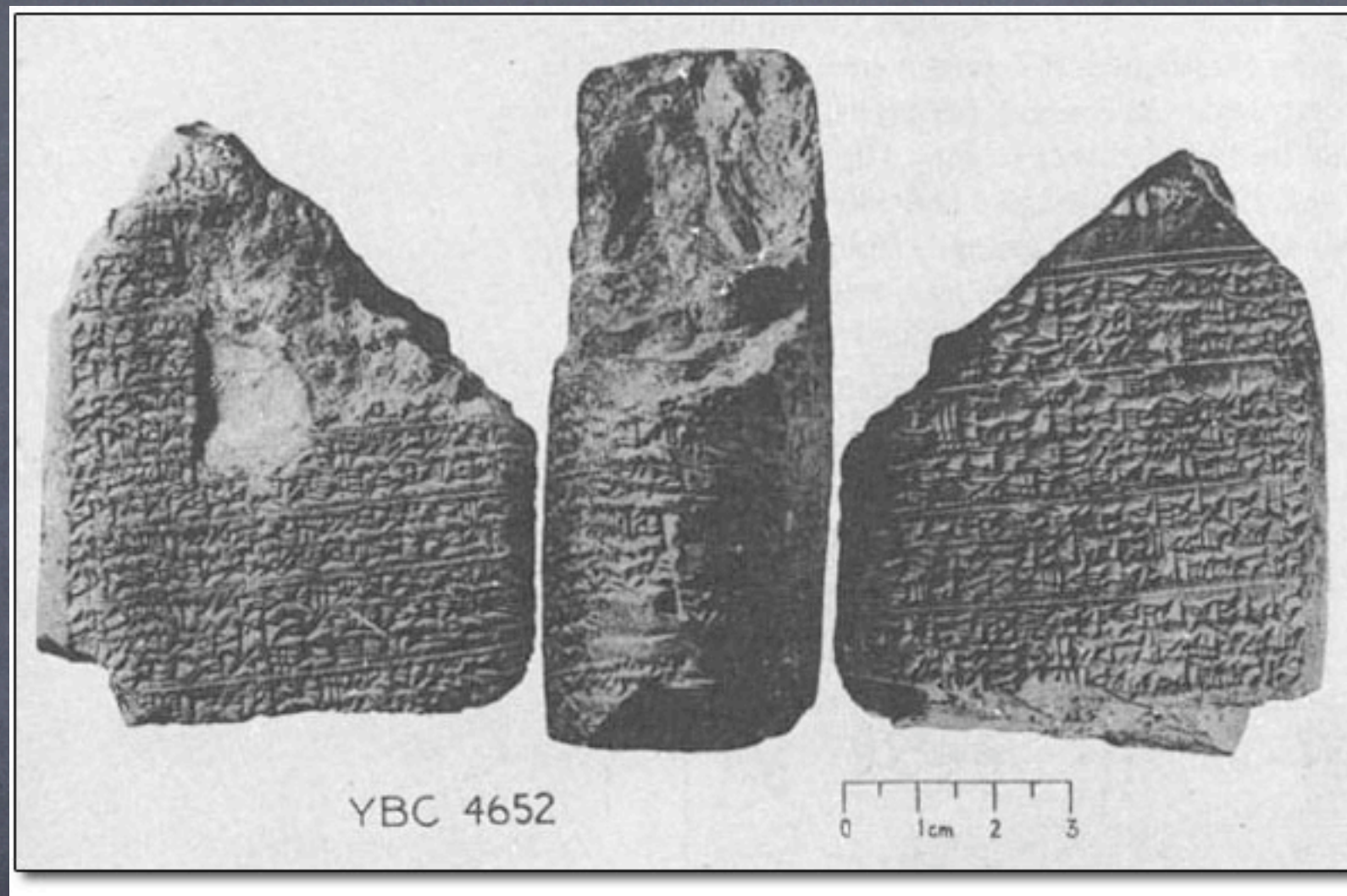








# Um problema



Encontrei uma pedra, não a pesei; subtraí um sétimo, adicionei onze avos, subtraí tre[ze avos], e pesei(-a): 1 ma-na. Qual o peso original da pedra? [O peso original] da pedra era 1 ma-na,  $9\frac{1}{2}$  gin,  $2\frac{1}{2}$  se.



# Problemas babilônicos

## BM 13901

Adicionei a área e o lado do meu quadrado, 0,75.

Subtraí o lado do quadrado da área, obtive 14,5.

Adicionei a terça parte do lado do meu quadrado e o lado à sua área, obtive 55.

Adicionei as áreas dos meus dois quadrados, de tal forma que tinham  $21 \frac{2}{3}$ . Adicionei os lados dos meus quadrados, de tal forma que tinham 50.

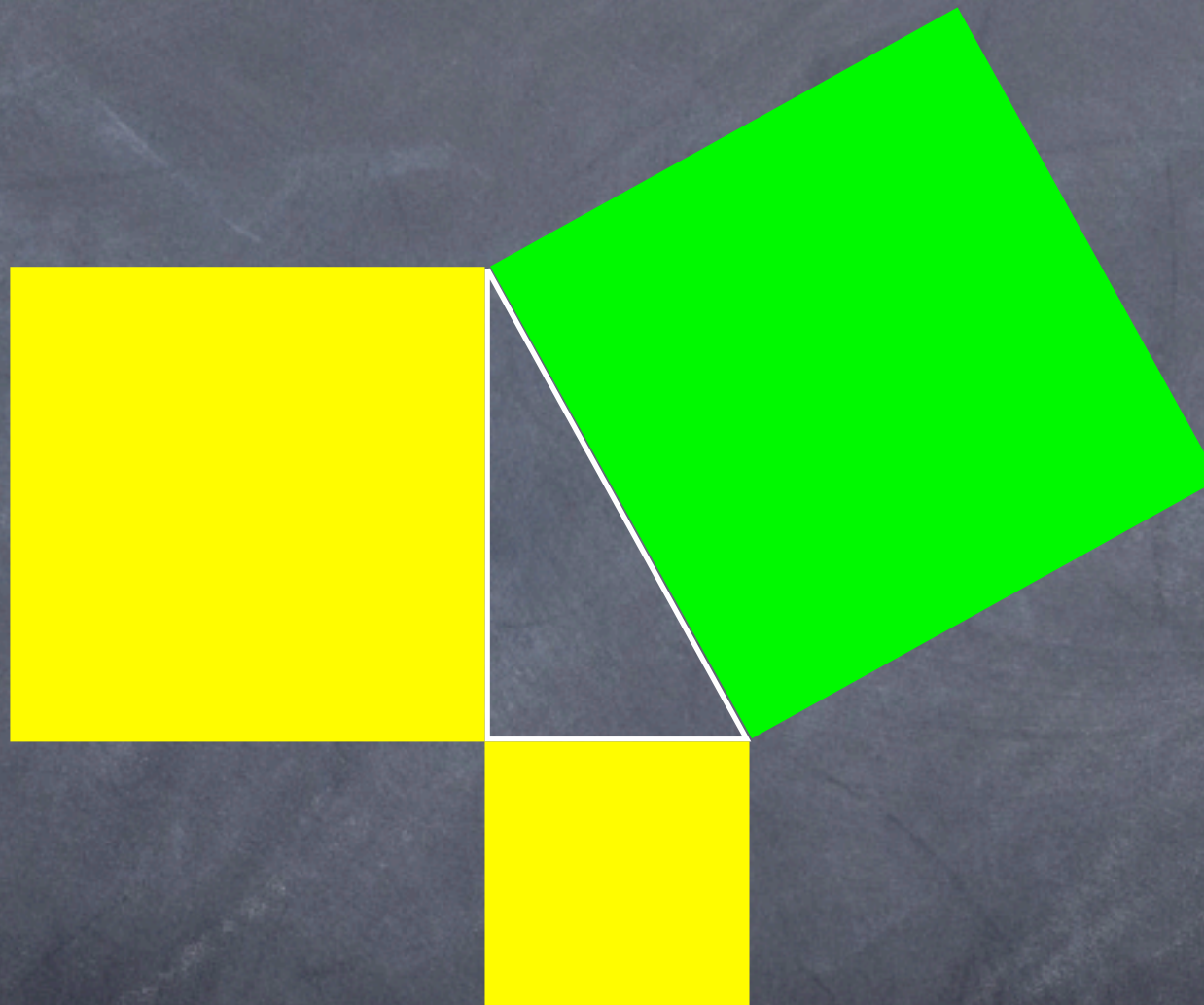
## BM 34568

4 de comprimento, 3 de largura. Qual é a diagonal?

Uma cana está encostada a uma parede. Se desce [na parte de cima] 3 kus a [parte de baixo] desliza 9 kus. Qual é o comprimento da cana, qual é a altura da parede?

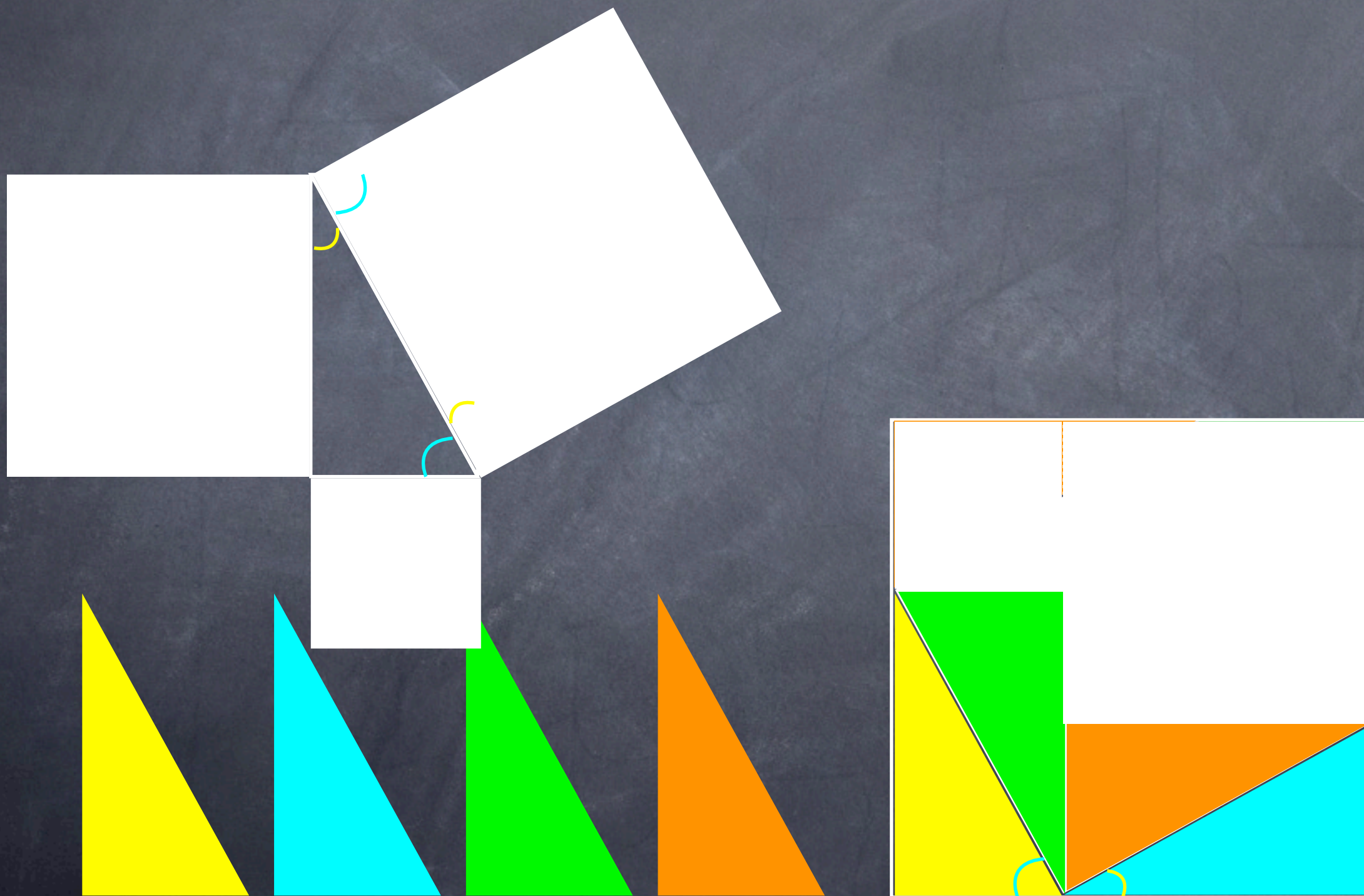


# O teorema dito “de Pitágoras”



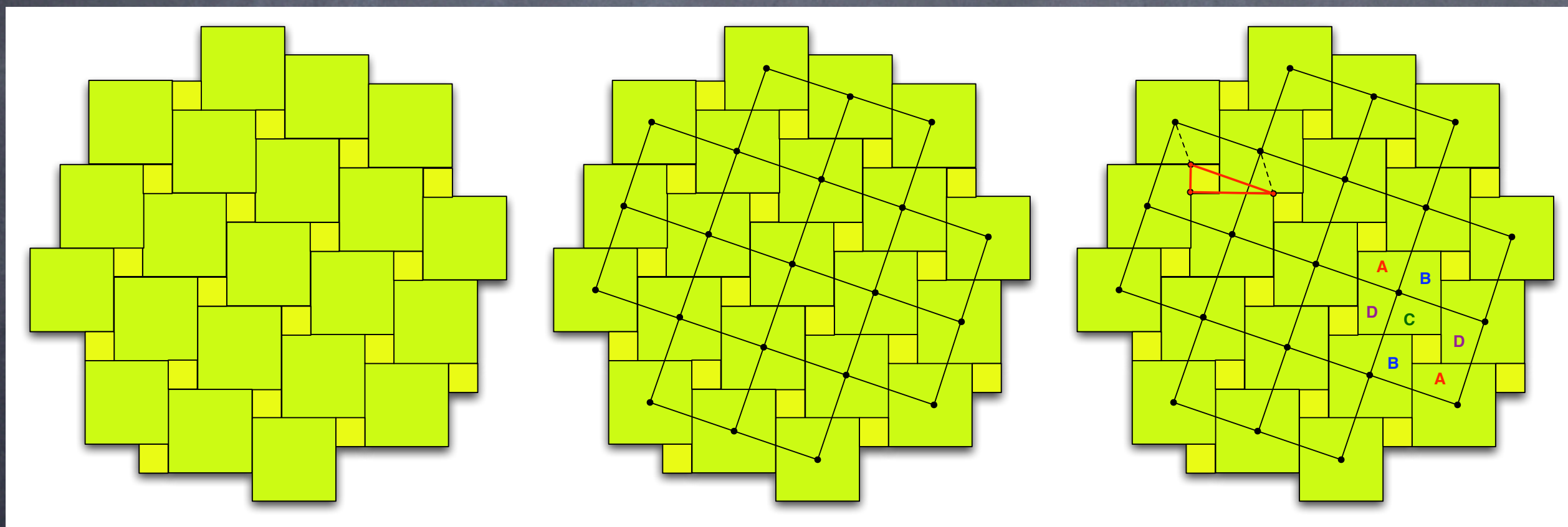


# Uma demonstração





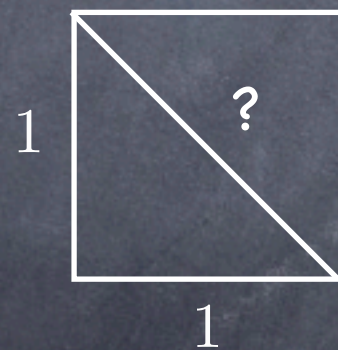
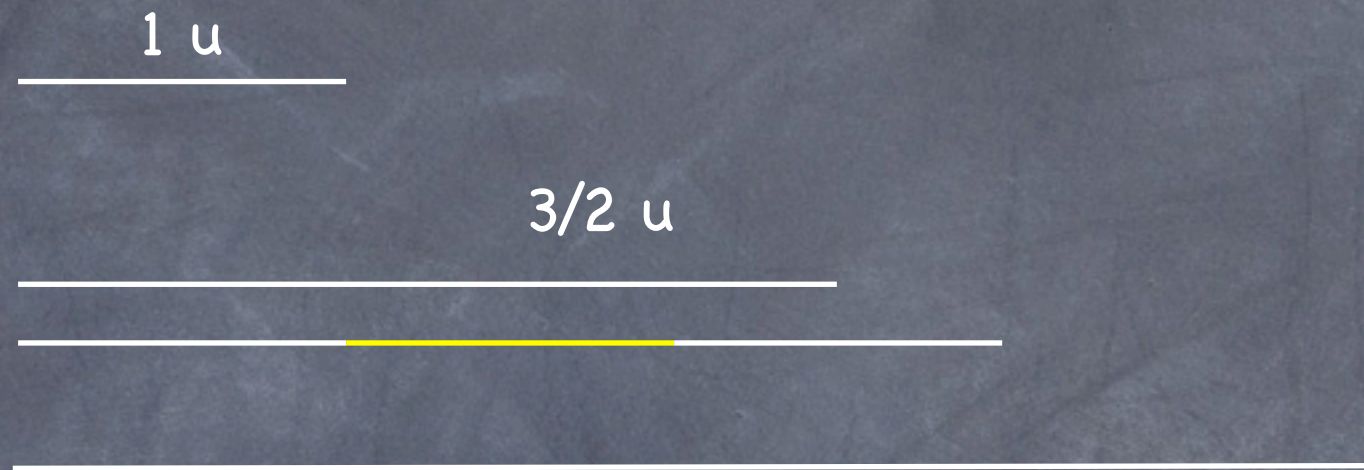
# Mas como foi descoberto?



Uma hipótese avançada por Paulus Gerdes



# Uma descoberta desconcertante



$$? = \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2$$

$$a^2 = 2b^2 \implies a \text{ par}$$

ou seja,  $a = 2c$  para algum  $c$

$$\text{Mas então } 4c^2 = 2b^2,$$

$$\text{ou seja } 2c^2 = b^2 \implies b \text{ par}$$

**Conclusão:  $a$  e  $b$  não existem!**



# Uma placa notável

Placa YBC 7289  
[-1800, -1600]



Contém a aproximação 1.41421296 para a raiz quadrada de 2  
(o valor exacto com 9 casas decimais é: 1.41421356)



# Bibliografia

- M<sup>a</sup> Fernanda Estrada, Carlos Sá, João Queiró, M<sup>a</sup> do Céu Silva, M<sup>a</sup> José Costa, *História da Matemática*, Universidade Aberta, 2000.
- Howard Eves, *An Introduction to the History of Mathematics* (6th edition), Saunders College Publishing, 1990.
- Stanislas Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, 1997.
- Paulus Gerdes, *Pitágoras Africano*, Instituto Superior Pedagógico de Moçambique, 1992.
- John Fauvel & Jeremy Gray, *The History of Mathematics - a Reader*, The Open University, 1987.
- T. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Dover 1981 [original de 1921].
- Victor J. Katz, *A History of Mathematics: An Introduction*, HarperCollins 1993.
- Morris Kline, *Mathematical Thought: from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, 1972.
- Jean-François Mattei, *Pythagore et les Pythagoriciens*, Presses Univerditaires de France (coleção *Que sais-je?*, n°2732), 1993.
- Gay Robbins & Charles Shute, *The Rhind Mathematical Papyrus: an ancient Egyptian text*, British Museum Press, 1998 [3<sup>a</sup> reimpressão; original de 1987; também editado pela Dover em 1990].
- B. L. van der Waerden, *Science Awakening*, Noordhoof, 1954.