

Para que Serve a Matemática ?

António Machiavelo

Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências do Porto

Universidade Popular do Porto
16 de Junho de 2010

Códigos secretos

Uma chave:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
H I T O G B J N S C A Q Z D Y U E X V F K M L W P R

OSSONB@660ANANDAVIDA → YVYDN YTYZH DOHHM SOH

ANTON IOGED EAO ← HDFYD SYJGO GHY

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
K F J N Q T E A B G U W V H D Y L Z I C P S X R O M

Um Criptograma

IOINE PQNPV ITEIT NQEWP TDUIQ NQEWP IUTPL QENSP ESIWP YFWPS PQLQE LXISP IWIFH
EFWPL QTQQU SXPLQ FNPDU PODUI XLQTQ INSPK IWXPL FERIE SPITD UITIN IESQI WINLP
ENQLQ TQINS IXFVI FXQTP ENQIT NIXIE QNNQV XINNP OSQNL QTQIN SINKF EBIFX QNPOS
QNDUI ITYIX WIIQF XQNIP CFSPT LQTQI NSPNP YINDU ICXFS PTITV IVIWI FXPNW IPRUO
IOINE PQNPV ITDUI QNQEB QIYFE BQIIN KUTPI HIXTI ESQVF LBFEB QPOPL XIINI WIESQ
WIHQL FEBQK QESFP CUWQD UIHQN NPPSX PYINW ISUWQ EUTKI XKISU QTQYF TIESQ IOINE
PQNPV ITDUI QNQEB QISIO PILQX IKFEL IOVPN IHUNS ILPKF SIOPX LQITQ CFYPY FSXPO
KFEPL UOQWI LPSIW XPOLQ ESXPK QESQN FEHQF FPTPN LPXPC XICPT PCFPD UIIXI SQXSP
WIPOD UFTFN SPTPK PWQ TU EWQWF NSPES IXQNP WQNYI ESQNF EHPES ILPXP YIOPD UFEBI
ESFNS PDUII LPVQW PVQPI NKIXP ELPQU XQLPE IOPTP XHFTH OQXIS IWIIN KPWPL BFTVP
NSFWQ XKPNN QWIWP ELPLQ OQTVF EPIPX OIDUF TKPNN PXQOP YQPWQ XPKPX PXPFQ
NOQLQ TQSFY PVPXL QWIWX QPHIN SFYPP OSQHQ XEQCI XPWQX PLFNP QWQPS QTQXP
WPXUO SXPNQ TSIOI YFNPQ WINIT VPXDU IITHQ CUISP QEPNU KIXHF LFIOW EPXIO INEPQ
NPVIT EITNQ EBPTD UIQNZ EBQLQ TPEWP PYFWP DUINI TKXID UIUTB QTITN QEBPQ TUEWQ
KUOPI PYPEL PLQTQ VQOPL QOQXF WPIES XIPNT PQNWI UTPLX FPELP

Cifras mono-alfabéticas: segurança

Número de chaves distintas:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

$26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21 \times 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$$= 403\,291\,461\,126\,605\,635\,584\,000\,000 \simeq 4 \times 10^{26}$$

chaves distintas para a cifra de substituição

Testando 1 milhão de chaves por segundo...

... demorar-se-ia mais de $6,39 \times 10^{12}$ anos

... para testar metade das chaves!

Idade do Universo: “apenas” cerca de $1,4 \times 10^{10}$ anos.

O Criptograma

IOINE PQNPV ITEIT NQEWP TDUIQ NQEWP IUTPL QENSP ESIWP YFWPS PQLQE LXISP IWIHF
EFWPL QTQQU SXPLQ FNPDU PODUI XLQTQ INSPK IWXPL FERIE SPITD UITIN IESQI WINLP
ENQLQ TQINS IXFVI FXQTP ENQIT NIXIE QNNQV XINNP OSQNL QTQIN SINKF EBIFX QNPOS
QNDUI ITYIX WIIQF XQNIP CFSPT LQTQI NSPNP YINDU ICXFS PTITV IVIWI FXPNW IPRUO
IOINE PQNPV ITDUI QNQEB QIYFE BQIIN KUTPI HIXTI ESQVF LBFEB QPOPL XIINI WIESQ
WIHQL FEBQK QESFP CUWQD UIHQN NPPSX PYINW ISUWQ EUTKI XKISU QTQYF TIESQ IOINE
PQNPV ITDUI QNQEB QISIO PILQX IKFEL IOVPN IHUNS ILPKF SIOPX LQITQ CFYPY FSXPO
KFEPL UOQWI LPSIW XPOLQ ESXPK QESQN FEHQF FPTPN LPXPC XICPT PCFPD UIIXI SQXSP
WIPOD UFTFN SPTPK PWQ TU EWQWF NSPES IXQNP WQNYI ESQNF EHPES ILPXP YIOPD UFEBI
ESFNS PDUII LPVQW PVQPI NKIXP ELPQU XQLPE IOPTP XHFTH OQXIS IWIIN KPWPL BFTVP
NSFWQ XKPNN QWIWP ELPLQ OQTVF EPIPX OIDUF TKPNN PXQOP YQPWQ XPKPX PXPFQ
NOQLQ TQSFY PVPXL QWIWX QPHIN SFYPP OSQHQ XEQCI XPWQX PLFNP QWQPS QTQXP
WPXUO SXPNQ TSIOI YFNPQ WINIT VPXDU IITHQ CUISP QEPNU KIXHF LFIOW EPXIO INEPQ
NPVIT EITNQ EBPTD UIQNZ EBQLQ TPEWP PYFWP DUINI TKXID UIUTB QTITN QEBPQ TUEWQ
KUOPI PYPEL PLQTQ VQOPL QOQXF WPIES XIPNT PQNWI UTPLX FPELP

Uma observação simples

	Português	Espanhol	Inglês	Francês
A	13.8	12.7	7.8	9.4
B	0.9	1.4	1.3	1.0
C	4.5	3.9	2.9	2.6
D	5.6	5.6	4.1	3.4
E	12.0	13.2	13.1	15.9
F	1.0	0.5	2.9	1.0
G	1.2	1.1	1.4	1.0
H	0.6	1.2	5.9	0.8
I	7.0	6.3	6.8	8.4
J	0.6	0.6	0.2	0.9
K	0.0	0.0	0.4	0.0
L	2.8	5.9	3.6	5.3
M	4.1	2.7	2.6	3.2

	Português	Espanhol	Inglês	Francês
N	5.3	7.0	7.3	7.2
O	10.8	9.5	8.2	5.1
P	2.9	2.4	2.2	2.9
Q	0.8	1.2	0.1	1.1
R	6.9	6.3	6.6	6.5
S	7.8	7.6	6.5	7.9
T	4.9	3.9	9.0	7.3
U	3.8	4.6	2.8	6.2
V	1.3	1.1	1.0	2.2
W	0.0	0.0	1.5	0.0
X	0.2	0.1	0.3	0.3
Y	0.0	1.1	1.5	0.2
Z	0.3	0.1	0.1	0.3

O Criptograma

IOINE PQNPV ITEIT NQEWP TDUIQ NQEWP IUTPL QENSP ESIWP YFWPS PQLQE LXISP IWIHF
EFWPL QTQQU SXPLQ FNPDU PODUI XLQTQ INSPK IWXPL FERIE SPITD UITIN IESQI WINLP
ENQLQ TQINS IXFVI FXQTP ENQIT NIXIE QNNQV XINNP OSQNL QTQIN SINKF EBIFX QNPOS
QNDUI ITYIX WIIQF XQNIP CFSPT LQTQI NSPNP YINDU ICXFS PTITV IVIWI FXPNW IPRUO
IOINE PQNPV ITDUI QNQEB QIYFE BQIIN KUTPI HIXTI ESQVF LBFEB QPOPL XIINI WIESQ
WIHQL FEBQK QESFP CUWQD UIHQN NPPSX PYINW ISUWQ EUTKI XKISU QTQYF TIESQ IOINE
PQNPV ITDUI QNQEB QISIO PILQX IKFEL IOVPN IHUNS ILPKF SIOPX LQITQ CFYPY FSXPO
KFEPL UOQWI LPSIW XPOLQ ESXPK QESQN FEHQF FPTPN LPXPC XICPT PCFPD UIIXI SQXSP
WIPOD UFTFN SPTPK PWQ TU EWQWF NSPES IXQNP WQNYI ESQNF EHPES ILPXP YIOPD UFEBI
ESFNS PDUII LPVQW PVQPI NKIXP ELPQU XQLPE IOPTP XHFTH OQXIS IWIIN KPWPL BFTVP
NSFWQ XKPNN QWIWP ELPLQ OQTVF EPIPX OIDUF TKPNN PXQOP YQPWQ XPKPX PXPfq
NOQLQ TQSFY PVPXL QWIWX QPHIN SFYPP OSQHQ XEQCI XPWQX PLFNP QWQPS QTQXP
WPXUO SXPNQ TSIOI YFNPQ WINIT VPXDU IITHQ CUISP QEPNU KIXHF LFIOW EPXIO INEPQ
NPVIT EITNQ EBPTD UIQNZ EBQLQ TPEWP PYFWP DUINI TKXID UIUTB QTITN QEBPQ TUEWQ
KUOPI PYPEL PLQTQ VQOPL QOQXF WPIES XIPNT PQNWI UTPLX FPELP

Cripto-análise

	pt	cpgr	%
A	13.8	0	0.00
B	0.9	15	1.58
C	4.5	9	0.95
D	5.6	18	1.89
E	12.0	57	6.00
F	1.0	48	5.05
G	1.2	0	0.00
H	0.6	13	1.37
I	7.0	128	13.50
J	0.6	0	0.00
K	0.0	20	2.11
L	2.8	39	4.11
M	4.1	0	0.00

	pt	cpgr	%
N	5.3	70	7.37
O	10.8	30	3.16
P	2.9	127	13.40
Q	0.8	112	11.80
R	6.9	2	0.21
S	7.8	48	5.05
T	4.9	52	5.47
U	3.8	38	4.00
V	1.3	17	1.79
W	0.0	38	4.00
X	0.2	53	5.58
Y	0.0	16	1.68
Z	0.3	0	0.00

A , E → I , P
 O → Q
 S → N
 R → E ou X

Cripto-análise

E ↔ I O ↔ Q R ↔ X
A ↔ P S ↔ N M ↔ T

EOEIE PQSNPV VENETIA NSQEBA MDUEQ SQEBQ EUTRL QENSAP-ESIWP-YAWPS-RQLQE-LAXIS-EWIHA-EOMPLQTQQU
SXPLOQ-BNPDLA-PODRI-XMQTQS-INSPKRAWXPLEFERAENSPIEDESTINQESQI-WINP-ENQLOSTQINS-EXRQNTXQTP
ENQMT SERXE QNNQVRXSNAP-QSQNDNQTCQINESINKF-EBIFOSQNPOS-QNEMI-ERY-EXONRQSEXQNIAMFSPTMQQTQI
NSPSIR YESIDUEIQXFSAPEV-EIVIWI-FAPNMAIPREO-SOINESPAQNPV-ETDSDQNQEB-QIYEEBQJNMAKUTRMIXTI
ESQVF-LBFQB-QPOPL-EIINI-WIESQOWIHQL-FEBQA-QESFP-EUWQDAHIRQNENPPSX-PYINW-EISUWQEMTKI-XKISU
QTEQYF-EIESQATOSNE-PQNPVOISTUDIQCQNEBEQDSIO-PILQX-ASFEL-EGVPA-IHUNSPRLPREMOPXALQITQA-CFYPY
PSXPO-KFEPL-EUQQW-DLPSIW-XPODQ-ESXPK-QESQN-ABAQR-EPATNALPAPGE-XICPT-PCFPDEAIIXI-SQXSPWAPOD
BFTDN-SPTPK-BWAQTURQVSWQWSNSPESDXQNP-WQMYRAESQNF-EHPES-ILBXA-Y-ECPDAUPEBI-DSENSSPDRII-EPVQW
AVQPRONKIXP-ELPQB-XQLPDRDPTEPESFTH-AQXIS-AWIIN-KPWAESBTFEPANSWQ-XKANN-QWIRWE-ELPMQ
AQSTVARBAPXOAIIDURAT-KPNNRPXQOP-VQPWQ-XPKPXRXPDFQ-NQQLQSTQSPA PVPXD QWHEXRAQPARNASFSRPO-
OSQHQMLRQCIAXPW-QXSPDMPEQWQ95CQ-TQXPMWAPXUOE5MPNQ-TSIODYFNPQEWINITEVPXAREIITESQAOUSSP
QEPMNUMSIXHFALRIQEFQXIOQNEPQANPAAT-EITNQE-SBPMDREBIQHQMEBQWQMTPEW-PADYFWP-DUINITAKXID-UATB
QMOTN-QEBPQ-TUEWQEKUQPA-SMPEDSIEQ-TQAVQGAL-QOQXF WPIES XIPNT PQNWI UTPLX FPELP

O texto original...

ELES NÃO SABEM NEM SÓ NAMQUISE SABENDO LÉMANAOIS INSTANTE DA DADA DÃO CONERETAD EFDENFIADA
COMO O URRACOS A QUALQUE ER COADES TATA PERRA INVENTAENQ QENAS ESENTE DE SÓAS SÍSOSO CONEST
ESTERIBIAD NISASO SER ESE RENOS REBBASIAOS SO MONS TESSPEIS NHEIRE DSA TALOSU QUE ME VER REGIE
ROSAS GATAMOMOS TASSAS EASGES REPI GRMAMB EMB EBBEJEDA SAEU AZZLE SENASOS ÁB EABEN QSOH
SOMHO HÓEE SHOU ÉAS PRERAMÉ NEQMENRDN BICAIH CORAES ERENTSE IDENTOC DEHOPCINHIA PGNDIAG WEPUS
SASR AVRADÉST DE CUDOMPIE NAPETRP ÉTUON MONEENTENECE SENASOS ÁB EABEN QSOH SONTED ÁECOR. ÉPOCR É
PIASBLEBASÉ EUSPE TELPAR ECOAMO GIVAGIVRAL PRNAPINÁQUE OADECATPDRANTCRAUTRANTONFON
SANPONCARAÁSSRABANGREGA QMSE REQUERÉAR DEQQAUDIA PLQANMAPS ÁDQMPANDODINISTANTDEBDSATECOSA
DOS SIENTANST ISICARIAVE ELARQ VELMHQUNISENATQSJE QABÓDCABOABAS BERAES PERANÇA CANDREL ÁMMERAIMF
MORTIN DILORPTADAE HEIRABAASCHINO BRASSID ORBAS SICAFODIAQBIQDAEAMB LEQUI ARPAESQJARCPAS SÁTODCA
RAPPORR RAPÁRASLRCIO SADOCOMBATRAOBÉRBO DE ERTIA FASLTOPOARTO GEFRIAD CPERACD SADODSÁOODDORA
ÁBRMOTRASDRMTEIRESMOTBESEIS ÁBQDESEBMRQGEEIM DQISSETPERRNACSEPERFÁREE. IESNIAO ESSENÃO
NABESO NEMANQNUENS QNEOCSONAISDOAWA SDAQNESIDMRRUEQS EIDRIE QUAE MS EONHEON NSONIG. PUMENDO
AVDACE ASVAMQABCQAMO CICOLAI CNAEORTIBA ESMTREOASDEMÃOSCRE IGMACRIANÇA

Uma cifra masônica

Uma chave:

A	B	C
D	E	F
G	H	I



N.	O.	P.
Q.	R.	S.
T.	U.	V.



Poema



└ ┌ □ ∧ ┐

Enigma



□ ┌ ┍ ┐ ∧ ┐

Cifra de Vigenère

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A
C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B
D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C
E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D
F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E
G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F
H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G
I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H
J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I
K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J
L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K
N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M
O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N
P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O
Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P
R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q
S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R
T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S
U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T
V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U
W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V
X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W
Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X
Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y

Uma chave: HILBERT

HILBE RTHIL BERTH ILBER THI
OSSEGREDODAAMANAB DQENGOGOMO
VAPHVWVVML BPDTK WYFKF VPW

A Bífida

Uma chave — uma tabela:

	0	1	2	3	4
0	H	I	L	B	E
1	R	T	A	C	D
2	F	G	K	M	N
3	O	P	Q	S	U
4	V	W	X	Y	Z

+ um período: 7

(I = J)

PEDRAFILOASOTREAL

3011120 0333210

1440201 2030022

OTAIZLI BSGLBHK

A. M. & R. Reis, "Automated Ciphertext-only Criptanalysis of the Bifid Cipher", Cryptologia 31 (2007) 112-124

Números Primos

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997, 1009, 1013, 1019, 1021, 1031, 1033, 1039, 1049, 1051

Uma assimetria fundamental

$$7432339208719 \times 341117531003194129 = ?$$

$$2^{101} - 1 = 2535301200456458802993406410751 = ? \times ?$$

Problema: o número...

25195908475657893494027183240048398571429282126204032027777137836043662020707595556264
0185258807844069182906412495150821892985591491761845028084891200728449926873928072877767
3597141834727026189637501497182469116507761337985909570009733045974880842840179742910064
24586918171951187461215151726546322822168699875491824224336372590851418654620435767984233
8718477447920739934236584823824281198163815010674810451660377306056201619676256133844143
603833904414952634432190114657544541784240209246165157233507787077498171257724679629263
86356373289912154831438167899885040445364023527381951378636564391210397122822120720357

...é o produto de dois primos. Encontrar esses primos.

Dois resultados extraordinários



Pierre de Fermat
(1601/7/8? - 1665)

O “pequeno” teorema de Fermat:

p primo ; a inteiro não divisível por p

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

$$a^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$$

$r \neq 1 \Rightarrow m$ é composto

A generalização de Euler:

$$a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$$

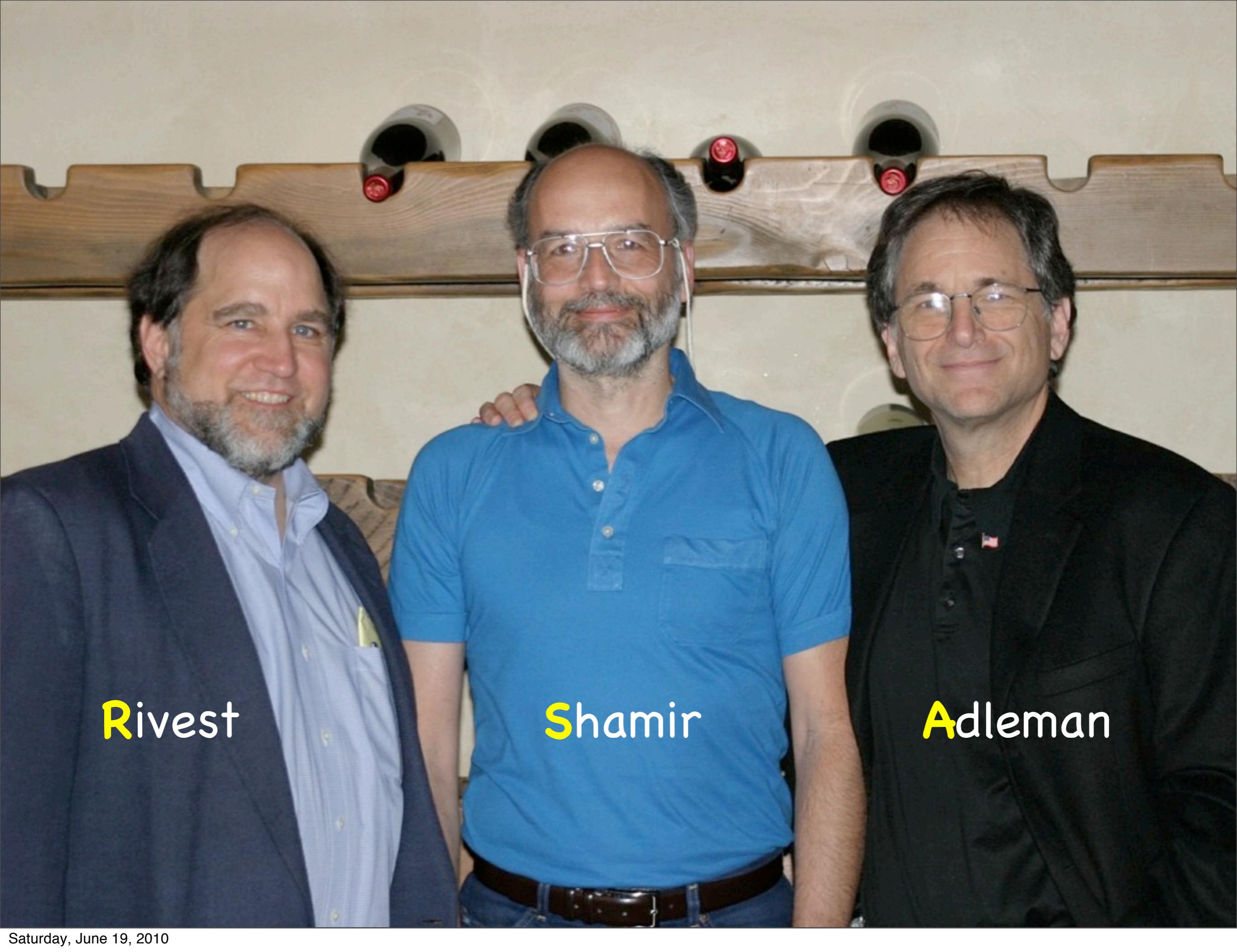
n natural qualquer
 a inteiro sem factores comuns com n



Leonhard Euler
(1707-1783)

RSA



A photograph of three middle-aged men standing side-by-side against a light-colored wooden wall. Behind them is a wooden wine rack holding four bottles of red wine. The man on the left has dark hair and a full grey beard, wearing a dark suit jacket over a light blue button-down shirt. The man in the center has a grey beard and wears glasses, a blue polo shirt, and has his arm around the man next to him. The man on the right wears glasses and a dark polo shirt with a small American flag pin on the collar. They are all smiling at the camera.

Rivest

Shamir

Adleman

Receita para construir uma cifra RSA

- p e q dois números primos “grandes” (~ 600 algarismos...)
- $n = pq$
- c um número sem factores comuns com $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1)$
- Calcule-se (usando o *algoritmo de Euclides*) “o” número inteiro d tal que cd deixe resto 1 quando dividido por $\varphi(n)$

chave pública : n, c

chave privada : d

Segurança reside no facto de, para obter  a partir de n e c , ser necessário factorizar n ...

RSA: como se cifra e se decifra

Alice cria uma cifra RSA, (n, c, d) , publica n, c e mantém d secreto

Bob → Alice

Mensagem (em forma numérica) é dividida em blocos correspondentes a números inferiores a n

M = bloco a transmitir



$C = \text{resto da divisão de } M^c \text{ por } n$ → resto da divisão de C^d por $n = M$

Graças a Fermat e Euler!

Assinaturas digitais com a cifra RSA

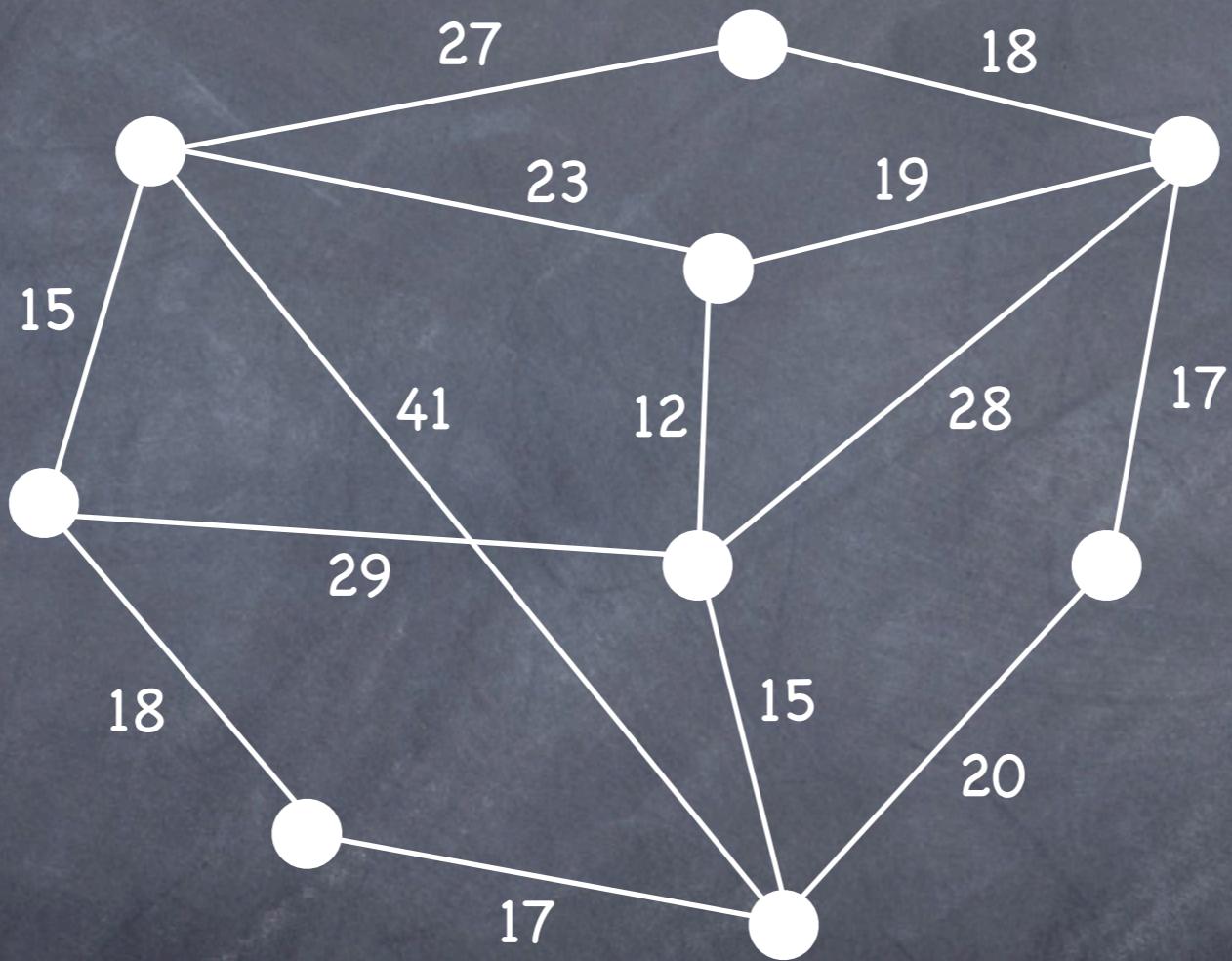
Alice cria uma cifra RSA: n, c, d

Para assinar um contrato C , que Bob lhe manda, Alice envia-lhe:

$$M = \text{resto da divisão de } C^d \text{ por } n.$$

Só Alice pode produzir M a partir de C e qualquer pessoa pode verificar que o resto da divisão de M^c por n é igual a C .

O problema do caixeiro viajante



Mais algumas aplicações...

- ⦿ Códigos correctores de erros, telemóveis e CDs.
- ⦿ Obtenção de imagens médicas: tomografia.
- ⦿ GPS, Google, “data mining”, fotografias de alta resolução tiradas de satélites...
- ⦿ Matemática no basquetebol...

Extracto de "Um Diálogo sobre as Aplicações da Matemática" de Alfréd Rényi

Arquimedes: Recentemente recebi uma carta do meu amigo Eratóstenes na qual ele descreve um método simples mas muito engenhoso -- a que ele chama o "método do crivo" -- que ele inventou para encontrar números primos. Pensando um pouco sobre o método, fiz o esboço de uma máquina que aplica esta ideia. Esta máquina funciona com um conjunto de rodas dentadas: quando se gira uma delas um certo número de vezes, digamos n , e se olha por um orifício, se a vista não estiver obstruída, o número n é primo; mas se a vista estiver obstruída, então n é composto.

Hierão: Isso é realmente fantástico! Quando a guerra acabar, tens de construir essa máquina! Os meus convidados vão adorá-la.

Arquimedes: Se eu estiver vivo, certamente o farei. Mostrarei assim que as máquinas podem resolver problemas matemáticos. Talvez ajude os matemáticos a perceber que, mesmo do seu próprio ponto de vista, podem ganhar algo em estudar a relação entre a matemática e as máquinas.

Hierão: Por falar em ganhos, lembro-me de uma história sobre Euclides. Um dos seus alunos, estudando geometria, perguntou a Euclides: «O que é que eu ganho em aprender estas coisas?»

Extracto de "Um Diálogo sobre as Aplicações da Matemática" de Alfréd Rényi

Hierão: De imediato Euclides chamou um dos seus criados e disse-lhe: «Dá-lhe uma moeda, pois ele quer ganhar alguma coisa com o que aprende». Parece-me que esta história mostra que Euclides achava desnecessário um matemático preocupar-se com o uso prático dos seus resultados.

Arquimedes: Conheço, é claro, essa história, mas surpreender-te-á certamente saber que simpatizo completamente com Euclides. No seu lugar faria exactamente o mesmo.

Hierão: Agora fiquei confuso. Até agora falaste entusiasticamente acerca das aplicações da Matemática, e agora concordas com os puristas que pensam que a única recompensa que um cientista deve esperar é o prazer do conhecimento.

Arquimedes: Acho que tu e a maior parte das pessoas não entenderam a história sobre Euclides. Não significa que ele não estivesse interessado nas consequências práticas dos resultados matemáticos, e que as considerasse indignas de um filósofo. Isto é completamente disparatado; Euclides escreveu, como certamente sabes, um livro chamado *Phaenomena*, sobre astronomia, e um livro sobre óptica, e é provavelmente o autor do livro *Catoptrica*, que eu usei para construir os meus espelhos; e estava também interessado em mecânica.

Extracto de "Um Diálogo sobre as Aplicações da Matemática" de Alfréd Rényi

Arquimedes: Como eu entendo a história, Euclides queria apenas realçar o facto notável que a Matemática recompensa apenas aqueles que nela estão interessados, não apenas pelas recompensas mas também por ela própria.

A Matemática é como a tua filha, Helena, que fica desconfiada cada vez que aparece um pretendente que não está realmente apaixonado por ela, mas cujo interesse nela tem apenas a ver com o facto de querer ser genro do rei. Ela quer um marido que a ama pela sua própria beleza, inteligência e charme, e não pela riqueza e poder que este obterá ao casar com ela.

Analogamente, a Matemática revela os seus segredos apenas àqueles que a abordam com amor puro, pela sua própria beleza. Aqueles que o fazem são obviamente recompensados com resultados de importância prática. Mas alguém que pergunte, a cada passo, «O que é que eu ganho com isto?», esse não irá longe.

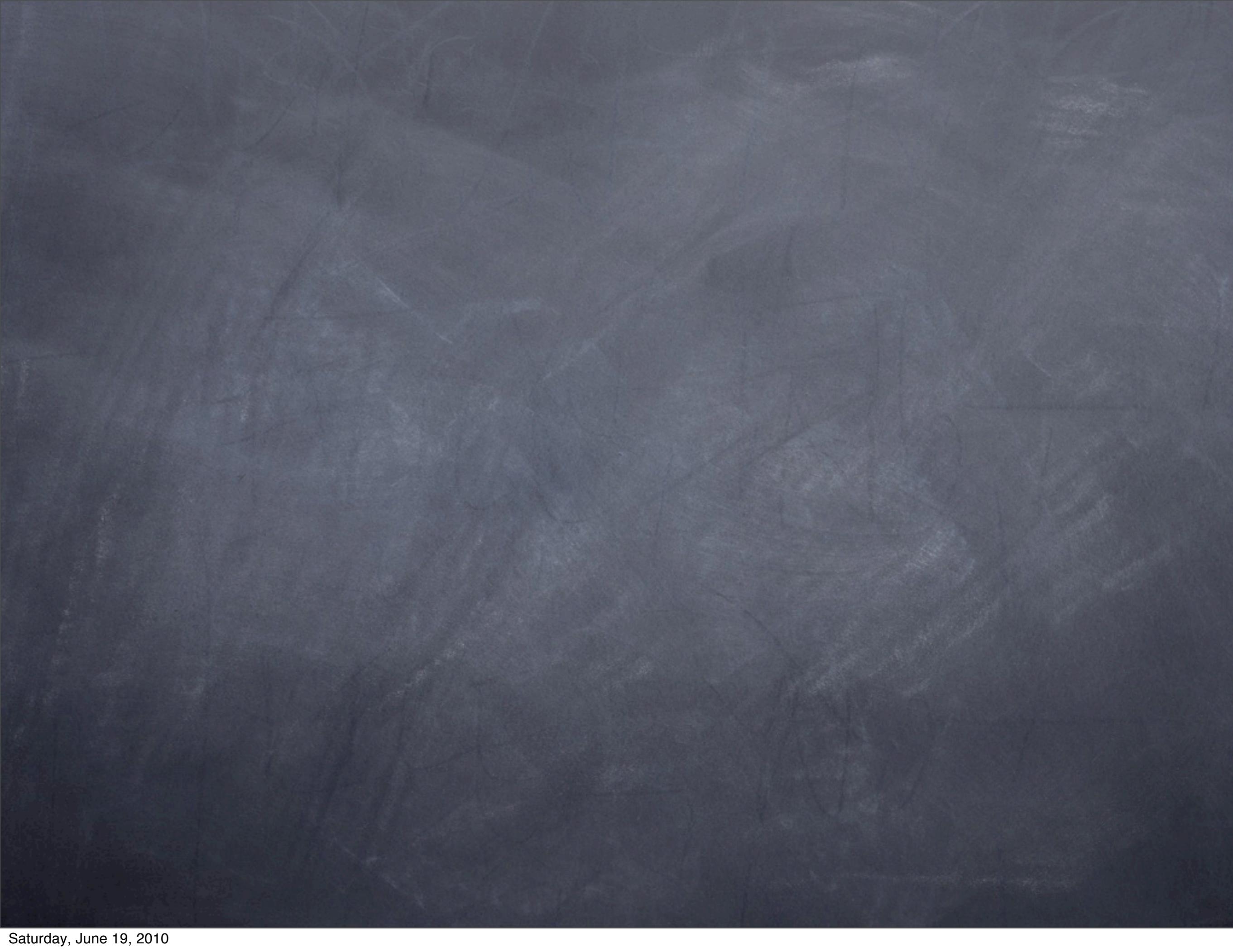
Lembrar-te-ás de eu te ter dito que os romanos nunca seriam bem sucedidos em aplicar a matemática. Agora, vês porquê: são demasiado práticos!

BIBLIOGRAFIA

- Martin Gardner, *Codes, Ciphers and Secret Writing*, Simon & Schuster, 2.
- David Kahn, *The Codebreakers, The Story of Secret Writing*, Panamericana, 1996 (traduzido pelo Brasil em 1996).
- Simon Singh, *O Livro dos Códigos, Técnicas e Debates da Criptografia*, 1999.

WEBGRAFIA

RSA Laboratories: <http://www.rsasecurity.com/rsalabs>





que é? | FAQ's | Operações | Pre

Autenticação

Bem-vindo ao

Número de c

Código de ac



Se ainda não

From: maria_200@mail...

To: Recipient

Cc:

Subject: Estou tentando te m

Olá,
Estou com uma foto que
já tem algumas horas.
Quero enviar para o meu
amigo mas estou comAssista Vídeo [Fotografia](#)**Conheça**

VeriSign Class 3 Public Primary Certification Authority - G5
↳ VeriSign Class 3 Extended Validation SSL SGC CA
↳ caixadirecta.cgd.pt

Common Name VeriSign Class 3 Extended Validation SSL SGC CA

Serial Number 62 78 61 C6 FE FD 0E A7 9B 01 75 E6 41 1E D4 3D

Version 3

Signature Algorithm SHA-1 with RSA Encryption (1 2 840 113549 1 1 5)

Parameters none

Not Valid Before Tuesday, December 15, 2009 00:00:00 GMT+00:00

Not Valid After Wednesday, December 15, 2010 23:59:59 GMT+00:00

Public Key Info

Algorithm RSA Encryption (1 2 840 113549 1 1 1)

Parameters none

Public Key 128 bytes : D1 E2 D6 C0 3F 56 05 F4 B7 CB C2 D7 E0 63 AA BF 0E 35 DE C7 C3 CA A0 2E BA 59 FA 02 49 2E 1D 95 44 1B 2B D7 88 27 47 42 2C 4F EB E0 CA 75 BF E8 2A 00 F8 86 0B FA FA 61 D3 C3 79 08 6F 17 DD 03 88 0B 6B 87 21 56 B0 A1 00 C6 D7 11 E7 3C AA 21 F4 06 97 62 80 4A FD 6F 04 42 56 F2 B1 07 0E 15 00 86 C0 CF 98 35 7C CC DC 84 84 D8 E6 C0 67 ED E2 4B 34 D2 47 3E 1D 0E 29 14 6E 64 94 37 60 F9

Exponent 65537

Key Size 1024 bits

Key Usage Encrypt, Verify, Wrap

Signature 256 bytes : 56 15 F1 FD 19 CB 42 B1 53 70 BC 59 1D E7 8F A4 3E E0 7F 2A CD AC 1C F2 2B 17 87 50 1C 51 2A E3 AB 4A 97 B3 23 DE AD 69 72 E8 02 E6 2B 1B B0 CE 1A 56 52 81 6B 22 54 89 AA D9 DC 96 A0 C9 51 7C 39 9C 57 1A 46 5B 93 7E F8 30 E0 3A D2 93 1A A2 A5 0A 3F 56 E1 43 70 F1 2A 39 DD BB 6F 0E 4E 0C E6 A5 AE C4 95 15 1F 56 49 C0 EF F8 C7 8A 18 80 CB 3E 07 75 D5 88 1F E3 97 2F FF 6F 1E E6 46 E6 95 30 13 00 EC 36 62 84 05 32 33 41 2D 21 E8 E8 D4 A0 31 B0 59 82 45 50 27 44 2C CE F1 F6 1F E6 A6 A5 03 89 CC C8 72 44 0A 48 E2 63 41 AC 8D 8A 32 D4 24 FC C9 B3 C4 A4 61 76 DD A0 50 63 82 5C 0D 3B D9 04 6A 27 78 40 52 71 3B 22 B2 AD 82 0C 60 7C A1 21 26 D9 1F AC AA A5 63 B3 72 91 72 67 13 82 37 A9 DF 6A 17 A6 FE B3 12 3D 21 E9 B4 DF A2 3C 9E 84 3C D4 A1 26 FB 0B 7F 88 CD FB 59 9F

?

OK

NATIONAL SECURITY AGENCY CENTRAL SECURITY SERVICE



Defending Our Nation. Securing The Future.

[HOME](#) [ABOUT NSA](#) [ACADEMIA](#) [BUSINESS](#) [CAREERS](#) [INFORMATION ASSURANCE](#) [RESEARCH](#) [PUBLIC INFORMATION](#) [COMMITMENT](#)


Our Mission
The NSA/CSS core missions
are to protect U.S. national
security systems and to
produce foreign signals
intelligence information.

[LEARN MORE](#)

Today's NSA

- Leadership
- Mission/Vision/Values
- Strategic Plan
- FAQ
- Photo Gallery

Cryptologic Heritage

- Center for Cryptologic History
- National Cryptologic Museum
 - Take the virtual tour
- Cryptologic Memorial Wall
- Hall of Honor
- National Vigilance Park

 [SEARCH](#)

INSIDE NSA

Learn more about
What We Do

- Information Assurance
- Signals Intelligence
- Research



CAREERS AT NSA

Where Intelligence
Goes To Work

- Opportunities for You
- Life at NSA
- Benefits

[EXPLORE CAREERS](#)

LATEST NSA NEWS



NSA Goes "Greener," Leads the Nation in Recycling Ceiling Tiles

The National Security Agency (NSA) was recognized by Armstrong World Industries (AWI) on December 18 for being the nation's leader in recycling ceiling tiles. NSA started recycling ceiling tiles in September 2008 and processed more than 400,000 ceiling tiles by November 2009.

[Read Full Story](#)

DOING BUSINESS WITH NSA

Where Intelligence Goes to Work

Intelligence. It's the ability to think abstractly. Challenge the unknown. Solve the impossible. And at NSA, it's about protecting the Nation. A career at NSA offers the opportunity to work with the best, shape the course of the world, and secure your own future. Isn't it time to put your intelligence to work?

Mathematics

NSA Mathematicians spend their days focusing on some of today's most distinctive challenges and problems. They apply Number Theory, Group Theory, Finite Field Theory, Linear Algebra, Probability Theory, Mathematical Statistics, Combinatorics, and more. We encourage our Mathematicians to participate in interdisciplinary assignments and train with professionals in such fields as Computer Science and Signals Analysis.

Your education is far from complete when you join NSA. Both formal and informal seminars are routinely organized among our scholars to study specific, timely, Mathematics-related topics, while professional organizations sponsor regular discussions on issues of broader interest.

